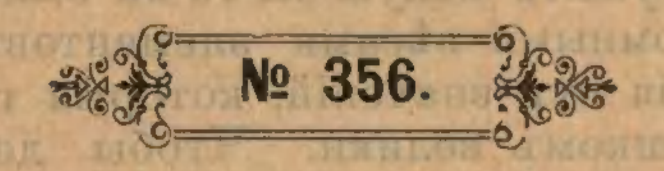
XXX Сем. № 8.

Вѣстникъ Опытной Физики и Элементарной Математики.

31 Октября  № 356. 1903 г.

Нѣсколько соображеній о періодическомъ законѣ элементовъ.

Докладъ, прочитанный на 75-омъ съѣздѣ нѣмецкихъ естествоиспытателей и врачей въ Касселѣ (въ сентябрѣ 1903 года)

сэромъ William'омъ Ramsay'емъ.

(Переводъ съ нѣмецкаго).

Общеизвѣстно, что, если расположить элементы въ порядкѣ, соотвѣтствующемъ ихъ атомнымъ вѣсамъ, то они группируются въ опредѣленные классы; при этомъ къ одному и тому же классу относятся элементы, схожіе другъ съ другомъ по своимъ химическимъ и физическимъ свойствамъ. John Newlands, которому принадлежитъ первая (въ 1863 г.) попытка подобной группировки, раздѣлилъ всѣ элементы на семь классовъ; и такъ какъ каждый восьмой элементъ оказался схожимъ въ его ряду съ первымъ, то онъ назвалъ найденное имъ соотношеніе *закономъ октавъ*—„the Law of Octaves". Вскорѣ послѣ того Дмитрій Менделѣевъ и Lothar Meyer развили независимо отъ него эту идею дальше. И, несмотря на все свое несовершенство, этотъ такъ называемый періодическій законъ до сихъ поръ принятъ въ наукѣ, какъ дающій лучшій, если не единственный методъ классификаци элементовъ.

Я не стану останавливаться здѣсь на открытіи Галлія, Германія и другихъ элементовъ, заполнившихъ пустыя мѣста въ этомъ послѣдовательномъ ряду; они образуютъ тріумфальную колесницу нашего учителя Менделѣева, болѣе чудесную, чѣмъ колесница блаженной памяти Basilius'a Valentinus'a *). Ибо цѣлью моей настоящей рѣчи является не изложеніе болѣе или менѣе широко извѣстныхъ фактовъ, а нѣчто болѣе привлекательное: я желалъ бы обратить Ваше вниманіе на вопросы, еще не разъясненные.

Попытки обнаружить какую бы то ни было числовую закономѣрность между атомными вѣсами элементовъ—всѣ окончились неудачей. Отклоненія отъ значеній, которыя требовались различными теоріями, слишкомъ велики. Чтобы доказать справедливость этого утвержденія, достаточно привести нѣсколько значеній. Возьмемъ наудачу первый періодъ періодической системы элементовъ **):

Элементы и ихъ атомные вѣса	*Li* 7,03	*Be* 9,1	*B* 11,0	*C* 12,00	*N* 14,04	*O* 16	*F* 19	*Ne* 20
Разность Δ =	2,07	1,9	1,0	2,04	1,96	3	1	

или первую группу

Элементы и ихъ атомные вѣса	*Li* 7,03	*Na* 23,05	*K* 39,15	*Rb* 85,4	*Cs* 133
Разность Δ =	16,02	16,10	3.15,42	3.15,87	

Въ первомъ случаѣ разности колеблются между 1 и 3; во второмъ между 15,42 и 16,1. Если же взять другую группу или періодъ, то въ нѣкоторыхъ случаяхъ разность даже отрицательна; напр., разность между Аргономъ и Каліемъ равна—0,75 и между Теллуріемъ и Іодомъ, вѣроятно, также—0,75.

Какъ извѣстно, существуетъ много способовъ нагляднаго представленія этихъ закономѣрностей; каждый изъ этихъ способовъ имѣетъ свои преимущества, но я предпочитаю методъ Johnstone Stoney. Такъ какъ онъ Вамъ, вѣроятно, не извѣстенъ, то я позволю себѣ привести здѣсь его краткое описаніе. Каждому элементу, по Stoney, соотвѣтствуетъ опредѣленнаго

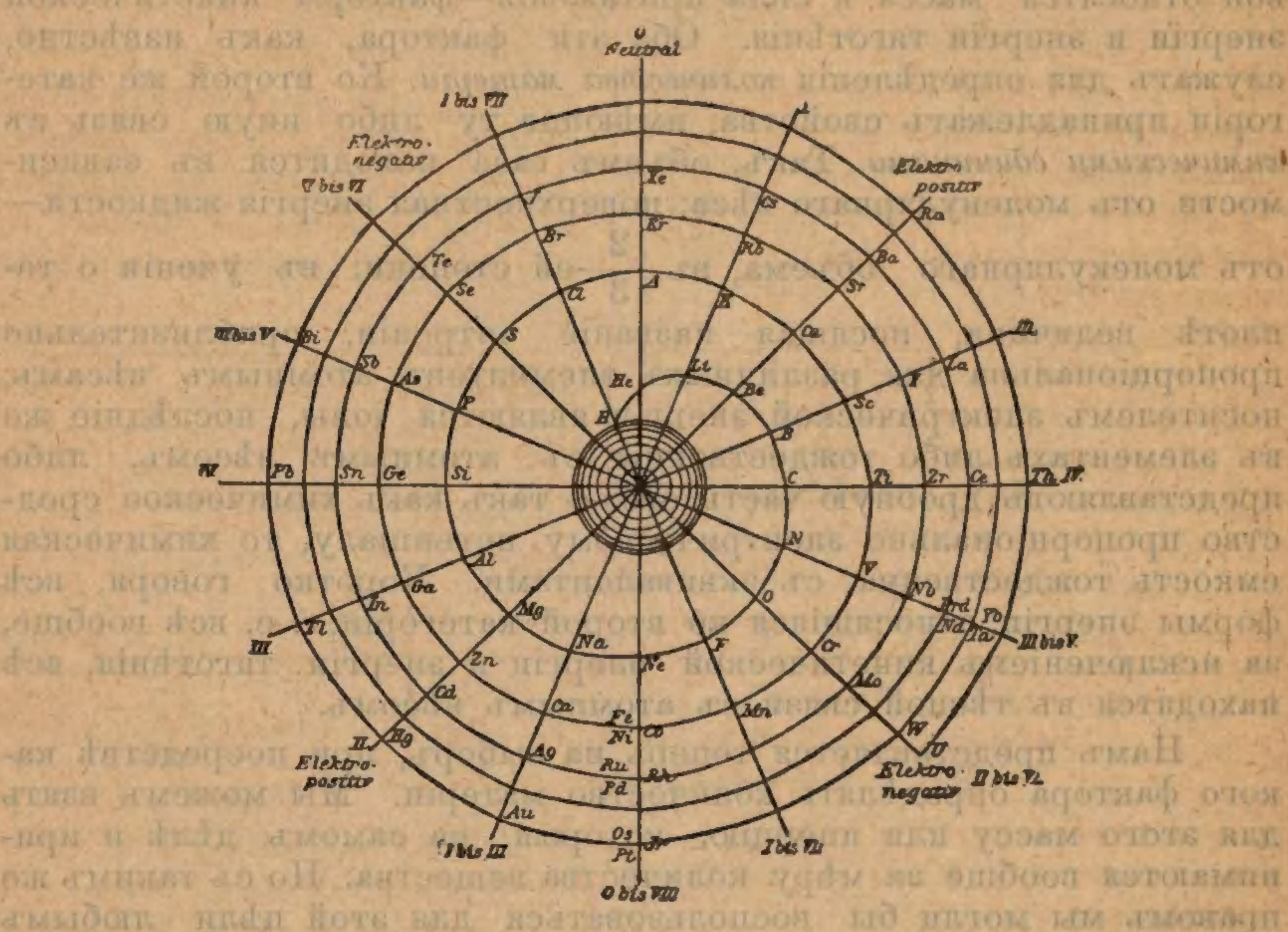
*) Basilius Valentinus — бенедиктинскій монахъ, алхимикъ, жившій въ началѣ XV-го вѣка въ Эрфуртѣ, въ монастырѣ Св. Петра Одно изъ важнѣйшихъ его сочиненій носитъ заглавіе *„Тріумфальная Колесница Антимонія"*.

(Прим. перев.).

**) Въ этихъ таблицахъ атомный вѣсъ кислорода предполагается равнымъ 16, водорода, слѣдовательно, 1,008.

(Прим. перев.).

радіуса шаръ, объемъ котораго пропорціоналенъ атомному вѣсу этого элемента. Всѣ эти сферы расположены концентрически, какъ чешуи луковицы. Теперь проведемъ черезъ общій центръ шаровъ плоскость и въ ней черезъ тотъ же центръ проведемъ пучекъ 16 лучей, изъ которыхъ каждые два сосѣдніе составляютъ уголъ въ $\frac{1}{4}\,d$. Если мы теперь станемъ послѣдовательно соединять пересѣченія этихъ лучей со сферами, то получимъ кривую



линію, приближающуюся къ логариѳмической спирали *). Но кривая эта не правильна, а волнообразна, чѣмъ существенно и отличается отъ логариѳмической спирали. Волны эти, въ свою очередь, обнаруживаютъ нѣкоторую правильность.

Этотъ результатъ можно представить еще въ иной формѣ. Отложимъ на прямой линіи подъ рядъ равные отрѣзки и, возставивъ въ концахъ ихъ перпендикуляры, нанесемъ на послѣднихъ длины, пропорціональныя кубичнымъ корнямъ изъ атомныхъ вѣсовъ элементовъ въ вышеуказанномъ порядкѣ. Если мы теперь соединимъ вершины этихъ перпендикуляровъ кривою, то получимъ волнообразную линію, волны которой приблизительно правильны.

---

*) Логариѳмической спиралью, какъ извѣстно, называютъ кривую, которую описываетъ одинъ конецъ отрѣзка, другой конецъ котораго неподвиженъ, если отрѣзокъ этотъ, вращаясь непрерывно, растетъ пропорціонально логариѳму описаннаго угла.

(Прим. перев.).

Но и эта попытка Stoney представить закономѣрность атомныхъ вѣсовъ формулой, какъ и многія другія, не выдерживаетъ строгой критики, такъ какъ отклоненія дѣйствительныхъ значеній отъ тѣхъ, которыя должна была бы дать указанная выше кривая, слишкомъ велики.

Если не ошибаюсь, Ostwald впервые обратилъ вниманіе химиковъ и физиковъ на то обстоятельство, что факторы раличныхъ формъ энергіи можно раздѣлить на двѣ категоріи. Къ первой относятся масса и сила притяженія—факторы кинетической энергіи и энергіи тяготѣнія. Оба эти фактора, какъ извѣстно, служатъ для опредѣленія *количества матеріи*. Ко второй же категоріи принадлежатъ свойства, имѣющія ту либо иную связь съ *химическими единицами*. Такъ, объемъ газа находится въ зависимости отъ молекулярнаго вѣса; поверхностная энергія жидкости—отъ молекулярнаго объема, въ $\frac{2}{3}$-ей степени; въ ученіи о теплотѣ величина, носящая названіе энтропіи, приблизительно пропорціональна для различныхъ элементовъ атомнымъ вѣсамъ; носителемъ электрической энергіи являются іоны, послѣдніе же въ элементахъ либо тождественны съ атомнымъ вѣсомъ, либо представляютъ дробную часть его; а такъ какъ химическое сродство пропорціонально электрическому потенціалу, то химическая емкость тождественна съ эквивалентами. Коротко говоря, всѣ формы энергіи, относящіяся ко второй категоріи, т. е. всѣ вообще, за исключеніемъ кинетической энергіи и энергіи тяготѣнія, всѣ находятся въ тѣсной связи съ атомнымъ вѣсомъ.

Намъ представляется теперь на выборъ, при посредствѣ какого фактора опредѣлять количество матеріи. Мы можемъ взять для этого массу или инерцію, которыя на самомъ дѣлѣ и принимаются вообще за мѣру количества вещества. Но съ такимъ же правомъ мы могли бы воспользоваться для этой цѣли любымъ другимъ *факторомъ емкости*. Такъ, напр., можно было бы условиться такія два количества матеріи считать равными, теплоемкости которыхъ равны между собой, или же тѣ, которыя въ состояніи носить равные электрическіе заряды. Наконецъ, можно было бы разсматривать равные „атомные вѣса", какъ равныя количества вещества. Но здѣсь мы наталкиваемся на тотъ неблагопріятный фактъ, что между массой и инерціей съ одной стороны и атомнымъ вѣсомъ съ другой не удается установить точной закономѣрной связи. Если бы послѣднее было возможно, наша проблема, если и не была бы еще рѣшена, то, во всякомъ случаѣ, значительно упростилась бы.

Но что служитъ причиною тому, что попытки установить простыя соотношенія между атомными вѣсами элементовъ встрѣчаютъ непреодолимыя препятствія? До сихъ поръ вѣдь всѣ эти попытки приведенія этихъ неправильностей въ математическій порядокъ ни къ чему не привели. Не заключается ли причина этого въ томъ, что вѣсъ, а съ нимъ и масса или инерція измѣнчивы? Что касается массы и вѣса, то оба эти фактора абсолютно

пропорціональны между собой; это вытекаетъ, напримѣръ, изъ постоянства движенія луны и земли въ теченіе безчисленнаго множества лѣтъ.

Но разсмотримъ послѣднее предположеніе объ измѣнчивости вѣса и массы поближе. И, если бы оказалось, что они дѣйствительно измѣняются, то за мѣру количества матеріи можно было бы принять атомный вѣсъ, если допустить, что послѣдній не измѣняется, въ то время какъ инерція и вѣсъ являются лишь преходящими свойствами вещества.

Существуетъ не мало изслѣдованій, имѣющихъ цѣлью установить, не зависитъ ли вѣсъ отъ температуры. Но не легко взвѣшивать горячее тѣло; если производить взвѣшиваніе въ воздухѣ, то возникаютъ потоки воздуха, которые служатъ причиною невѣрныхъ результатовъ; если же производить взвѣшиваніе въ такъ называемомъ пустомъ пространствѣ, то электрическое притяженіе и отталкиваніе и бомбардировка молекулъ мѣшаютъ получить достовѣрныя данныя. Изъ всѣхъ опытовъ, которые были произведены въ этомъ направленіи, мнѣ извѣстенъ лишь одинъ, давшій любопытные результаты. Онъ былъ произведенъ Baily при опредѣленіи средней плотности земли; интересующій насъ выводъ изъ результатовъ этого измѣренія былъ сдѣланъ Hicks'омъ *). Опыты Baily производились по извѣстному методу при помощи крутильныхъ вѣсовъ и шаровъ изъ свинца, платины, цинка и т. д.; онъ произвелъ болѣе, чѣмъ 2000 наблюденій, которыя дѣлятся на 62 группы. Температура, господствовавшая во время этихъ измѣреній, была каждый день, вообще говоря, другая. Hicks расположилъ результаты Baily въ ряды сооответственно температурамъ, при которыхъ они были получены, и нашелъ, что средняя плотность земли правильно измѣняется съ измѣненіемъ температуры. Кривая, изображающая эту зависимость, вполнѣ правильна; укажемъ здѣсь лишь конечныя значенія ея. При температурѣ 2,2° С Baily нашелъ для плотности земли значеніе 5,7296, а при 20° С 5,5828. Далѣе Hicks изслѣдовалъ возможные источники ошибокъ и показалъ, что между ними нѣтъ ни одной, которая могла бы оказать существенное вліяніе на результаты. Итакъ, колебаніе значеній, найденныхъ Baily при измѣненіи температуры, остается необъясненнымъ. Другіе наблюдатели стремились избѣжать колебаній температуры при подобныхъ опытахъ; но я полагаю, что повтореніе этихъ измѣреній при различныхъ температурахъ заслуживаетъ особеннаго интереса.

Перейдемъ теперь къ замѣчательнымъ опытамъ Landolt. Онъ поставилъ себѣ задачу опредѣлить, не измѣняется ли вѣсъ тѣлъ при химическихъ реакціяхъ; съ этой цѣлью два реагента взвѣшивались до и послѣ реакціи. При этомъ Landolt нашелъ въ однихъ случаяхъ положительное, въ другихъ отрицательное измѣненіе вѣса. Изслѣдованія эти еще не окончены. Замѣтимъ,

*) *Cambridge Philosophical Society*; V, 156.

что, если смазать внутреннія стѣнки сосудовъ, въ которыхъ происходитъ реакція, парафиномъ, то не получается никакого измѣненія вѣса. Теперь Landolt продолжаетъ эти опыты, пользуясь сосудами изъ плавленнаго кварца; этимъ устраняется возможность измѣненія объема, равно какъ и конденсація углекислоты или водяныхъ паровъ въ стѣнкахъ сосуда. Опыты эти весьма любопытны, и, независимо отъ того, дадутъ ли они положительные или отрицательные результаты, научное значеніе ихъ очень велико.

Менѣе извѣстны, чѣмъ опыты Landolt, изслѣдованія Joly, профессора геологіи въ Trinity College въ Дублинѣ, бывшаго ассистента безвременно скончавшагося Fitzgerald'a. Воспользовавшись указаніемъ послѣдняго, Joly повторилъ опыты Landolt, но модифицировалъ ихъ слѣдующимъ образомъ. Въ то время какъ Landolt пользовался силой притяженія земли, Joly изслѣдовалъ измѣненіе инерціи тѣла до и послѣ химической реакціи Для этой цѣли реагенты помѣщались на одномъ изъ концовъ рычага крутильныхъ вѣсовъ, тогда какъ на другомъ концѣ помѣщались необходимыя гири. При помощи особеннаго часового механизма сосудъ опрокидывался такъ, что реакція происходила въ полночь или въ полдень; при этомъ плечи вѣсовъ двигались съ наибольшею скоростью въ 30 километровъ въ секунду, въ направленіи движенія земли по ея орбитѣ. Если бы при реакціи инерція веществъ увеличилась бы или уменьшилась, то необходимо должно было бы наблюдаться замедленіе или ускореніе его движенія, что привело бы крутильные вѣсы въ движеніе; но ничего подобнаго не наблюдалось. При томъ сила, которая играетъ роль въ этихъ опытахъ, почти въ безконечное число разъ больше, чѣмъ та, которою воспользовался Landolt. Поэтому мы вправѣ принять, что матерія, если позволено такъ выразиться, ничего не теряетъ и не выигрываетъ при химическихъ процессахъ. Или, точнѣе говоря, средства современной науки не въ состояніи обнаружить такого измѣненія.

Но прежде, чѣмъ перейти къ слѣдующему пункту настоящаго доклада, я долженъ сдѣлать еще два замѣчанія. Во-первыхъ, я хочу обратить вниманіе на существенное различіе между опытами Landolt и Joly. Въ опытахъ перваго увеличеніе вѣса можетъ произойти попросту оттого, что нѣкоторое количество находившагося сначала извнѣ вещества тѣмъ либо инымъ путемъ проникло внутрь сосуда. При опытахъ же Joly этотъ источникъ ошибокъ исключается; замедленіе (или ускореніе) движенія тѣла въ направленіи движенія земли можетъ получиться только тогда, когда инерція даннаго количества вещества дѣйствительно воз-

расла (или уменьшилась) бы. Проникновеніе веществъ извнѣ сосуда внутрь не оказало бы никакого вліянія на результаты опыта; ибо, гдѣ бы ни находилось вещество, оно обладаетъ въ каждый моментъ скоростью земли.

Во-вторыхъ, я желалъ бы упомянуть еще о критическомъ замѣчаніи Rayleigh'я; онъ полагаетъ, что, если бы измѣненіе инерціи было возможно, то мы могли бы создавать энергію, производя химическое соединеніе на уровнѣ земли и разлагая затѣмъ соединенныя вещества высоко надъ поверхностью ея. Но вѣдь можно представить себѣ, что этотъ пріемъ обратимъ и что созиданію механической энергіи соотвѣтствовала бы соотвѣтствующая потеря тепловой.

Теперь я перейду къ опытамъ, имѣющимъ цѣлью изслѣдовать, не измѣняется ли атомный вѣсъ элементовъ.

Прежде всего упомяну объ опытахъ г-жи Aston, которые нѣсколько лѣтъ тому назадъ были произведены подъ моимъ руководствомъ; они не были обнародованы, такъ какъ я не могъ устранить сомнѣнія въ ихъ точности. Если бы результаты ихъ были вѣрны, то мы имѣли бы въ нихъ доказательство того, что атомный вѣсъ азота при нѣкоторыхъ реакціяхъ мѣняется *).

Второе изслѣдованіе въ этомъ же направленіи я произвелъ вмѣстѣ съ Steele. Большинство методовъ, при посредствѣ которыхъ опредѣляется атомный вѣсъ, можно назвать *динамическими*. Какое-нибудь соединеніе разлагаютъ, и послѣ того, какъ одинъ изъ заключавшихся въ немъ элементовъ соединился съ какими-либо другими элементами, атомный вѣсъ которыхъ уже извѣстенъ, взвѣшиваютъ новое соединеніе. Единственный способъ точнаго опредѣленія атомнаго вѣса *статически* основывается на опредѣленіи молекулярнаго вѣса при посредствѣ плотности паровъ. Но этотъ методъ можно примѣнять только для „постоянныхъ" газовъ; для другихъ соединеній обыкновенные способы опредѣленія плотности паровъ недостаточно точны. Но, несмотря на это, Steele удалось устранить это препятствіе. Сначала мы полагали, что для такого метода годны всѣ элементы, дающіе газообразныя соединенія при 100⁰; но надежды наши не оправдались Мы достигли точности въ $^1/_{3000}$. При этомъ мы нашли, что, если даже и принять во вниманіе поправку Daniel'я Berthelot, измѣривъ сжимаемость паровъ, молекулярный вѣсъ не согласуется съ тѣмъ его значеніемъ, которое вычисляется изъ атомнаго вѣса, а всегда больше этого значенія. Мы произвели опыты, показавшіе, что примѣненныя при нашемъ измѣреніи тѣла были чисты и что они не прилипали къ стѣнкамъ сосуда; опыты эти дѣлаютъ также мало вѣроятнымъ предположеніе объ ассоціаціи молекулъ газа въ болѣе сложныя молекулы. Остаются еще двѣ воз-

*) Мы позволили себѣ выпустить въ переводѣ болѣе подробное описаніе послѣдняго опыта, какъ имѣющее лишь весьма спеціальный интересъ.

(Прим. перев.).

можныя гипотезы для объясненія этой разницы въ атомныхъ вѣсахъ; одна состоитъ въ томъ, что жидкое состояніе можетъ имѣть мѣсто даже и при весьма маломъ давленіи и при относительно высокихъ температурахъ. Другая, которую я привожу только для полноты изложенія, предполагаетъ, что элементы, заключающіеся въ одномъ и томъ же соединеніи, могутъ имѣть различный атомный вѣсъ, въ зависимости отъ той либо другой группировки и числа атомовъ. Но это послѣднее предположеніе врядъ ли заслуживаетъ вниманія.

Итакъ, мы видѣли, что, по всей вѣроятности, нѣтъ основаній сомнѣваться въ постоянствѣ вѣса и инерціи. Что же касается атомнаго вѣса, то, можетъ быть, онъ и не постояненъ; во всякомъ случаѣ, опыты въ этомъ направленіи заслуживаютъ интереса.

Когда я имѣлъ счастіе вмѣстѣ съ лордомъ Rayleigh'емъ и Travers'омъ открыть индифферентные газы атмосферы, первое время я предполагалъ, что элементы эти помогутъ разрѣшить нашу проблему о зависимости атомныхъ вѣсовъ между собой. Такъ какъ газы эти индифферентны, то возникла надежда, что причины неправильностей въ атомныхъ вѣсахъ другихъ элементовъ, можетъ быть, отсутствуютъ для нихъ. Но надежда эта не оправдалась. Атомные вѣса элементовъ этой группы не болѣе закономѣрно слѣдуютъ другъ за другомъ, чѣмъ это имѣетъ мѣсто для другихъ элементовъ. Вотъ соотвѣтствующая таблица разностей:

Элементы и ихъ атомные вѣса	*He* 3,96	*Ne* 19,92	*A* 39,92	*Kr* 81,76	*Xe* 128,0
Разность Δ	15,96	20,00	41,84	46,24	

Закономѣрность атомныхъ вѣсовъ этихъ элементовъ, какъ видно изъ таблицы, такая же грубая, какъ и для другихъ элементовъ. При этомъ атомные вѣса трехъ первыхъ членовъ этой группы извѣстны съ большою степенью точности. Гелій освобождался отъ другихъ газовъ при помощи жидкаго водорода; при этомъ оказалось, что въ немъ оставались слѣды Аргона и Криптона: эти элементы должны были заключаться, понятно, въ минералахъ содержащихъ Гелій. Неонъ подвергался дробной перегонкѣ при помощи жидкаго водорода и былъ совершенно лишенъ примѣси Аргона. Аргонъ, въ свою очередь, былъ освобожденъ отъ другихъ болѣе легкихъ, равно какъ и болѣе тяжелыхъ газовъ путемъ дробной перегонки посредствомъ жидкаго воздуха. Такъ что эти числа мы можемъ считать вполнѣ достовѣрными. Атомный вѣсъ Криптона не былъ извѣстенъ съ достаточною точностью, но за послѣднее время я изготовилъ большія количества этого газа и произвелъ новое опредѣленіе плотности. Прежніе результаты давали значенія 40,82 и 40,73; послѣднія же измѣренія даютъ для атомнаго вѣса 40,81. Плотность Ксенона я

надѣюсь вскорѣ опредѣлить еще разъ; но приготовленіе этого газа требуетъ огромной затраты труда, такъ какъ въ 170 милліонахъ объемовъ газообразнаго воздуха содержится лишь одинъ объемъ Ксенона. Итакъ, мы можемъ принять вышеприведенныя числа за точныя, и при этомъ, какъ видно изъ таблицы, между ними нѣтъ точной закономѣрности.

Даже и физическія свойства этихъ элементовъ лишь весьма грубо удовлетворяютъ требованіямъ періодическаго закона. Бывшій мой ученикъ Cuthbertson составилъ слѣдующую таблицу коэффиціентовъ преломленія (при чемъ значенія для сѣры и фосфора опредѣлены имъ самимъ):

Элементы	Преломляемость для воздуха=1	Отношеніе для H=1	Ошибка въ процентахъ
Гелій . . (He)	0,1238	0,25	— 4,4
Неонъ . (Ne)	0,2345	0,5	+ 0,9
Аргонъ . . (A)	0,968	2,0	— 2,2
Криптонъ (Kr)	1,450	3,0	— 2,0
Ксенонъ (Xe)	2,364	5,0	+ 0,1
	для H = 1	для Cl=2	
Хлоръ . . (Cl)	0,768	2	0,0
Бромъ . (Br)	1,125	3	— 2,4
Іодъ . . . (J)	1,920	5	0,0
	для H = 1	для O=1	
Кислородъ (O_2)	0,270	1	0,0
Сѣра . . . (S_2)	1,110	4	+ 2,7
	для H = 1	для N=1	
Азотъ . . (N_2)	0,297	1	0,0
Фосфоръ (P_2)	1,202	4	+ 1,1

Хотя числа эти довольно близки къ тѣмъ, которыя требуетъ періодическій законъ, но отклоненія столь же велики для недѣятельныхъ газовъ, какъ и для другихъ элементовъ. Замѣтимъ, кстати, что значенія сопротивленія одинаковыхъ чиселъ атомовъ проникновенію свѣтовыхъ лучей, если расположить ихъ въ рядъ, соотвѣтствующій атомнымъ вѣсамъ элементовъ, обнаруживаютъ больше правильности, чѣмъ значенія самихъ атомныхъ вѣсовъ.

Послѣ всего сказаннаго естественно возникаетъ вопросъ: Не слѣдуетъ ли оставить вопросъ о зависимости между атомными вѣсами, какъ неразрѣшимый? Я полагаю, что все-таки нѣтъ! Но основанія моихъ надеждъ на разрѣшеніе нашей проблемы носятъ пока еще столь гипотетическій характеръ, что я колеблюсь

говорить здѣсь объ этомъ предметѣ. Но да будетъ мнѣ позволено разъ пофантазировать. И фантазія имѣетъ свое положительное значеніе: если бы опытамъ не предшествовали идеи, то никакой прогрессъ науки не былъ бы возможенъ.

Итакъ, мы ставимъ вопросъ: Есть ли основаніе предполагать, что атомные вѣса элементовъ могутъ мѣняться? Существуютъ ли экспериментальныя доказательства того, что атомные вѣса уменьшаются или увеличиваются? Мы видимъ, или, по крайней мѣрѣ, оно кажется такъ, что все въ природѣ перемѣнчиво. Горы становятся равнинами; виды животныхъ улучшаются или дегенерируютъ; даже звѣзды обращаются въ туманности, или, наоборотъ, туманности сгущаются въ звѣзды. Все находится въ движеніи, все развивается и мѣняется съ теченіемъ времени. Неужели только атомы неизмѣнны?

Но, можетъ быть, мы ждемъ отъ науки слишкомъ многаго. Геологическія измѣненія становятся замѣтными черезъ милліоны лѣтъ; а жизнь наша коротка. Можетъ быть, мы напрасно думаемъ обнаружить нашими средствами измѣненіе вѣса при одной реакціи; напрасно попросту потому, можетъ быть, что лишь черезъ 3000 лѣтъ, скажемъ, измѣненіе отношенія вѣсовъ серебра и хлора могло бы стать замѣтнымъ для нашихъ инструментовъ.

Но въ самое послѣднее время возникла надежда на то, что проблема наша все-таки можетъ быть рѣшена.

(Продолженіе слѣдуетъ).

О РАВНЫХЪ НАКЛОННЫХЪ
ТРЕУГОЛЬНИКА.

Дм. Ефремова (Иваново-Вознесенскъ).

1. Двѣ равныя прямыя, проведенныя изъ одной вершины треугольника до пересѣченія съ противоположной стороной его, мы будемъ называть *равными наклонными* этого треугольника.

Изъ трехъ вершинъ треугольника можно провести шесть равныхъ наклонныхъ.

M. Majcen въ статьѣ *Sur quelques rapports entre les triangles et les coniques* *), исходя изъ свойствъ параболы, вписанной въ четыреугольникъ, доказалъ замѣчательное свойство шести равныхъ наклонныхъ треугольника.

Въ настоящей замѣткѣ я предлагаю элементарное доказательство теоремы Majcen'a и дополняю ее нѣкоторыми вычисленіями.

---

*) Nouv. Ann. 1903, Mai.

2. **Теорема Majcen'a.** *Средины шести равныхъ наклонныхъ треугольника находятся на одной окружности, описанной около ортоцентра треугольника.*

Пусть AA′, AA″, BB′, BB″, CC′, CC″ (фиг.) суть шесть равныхъ наклонныхъ треугольника ABC, такъ что

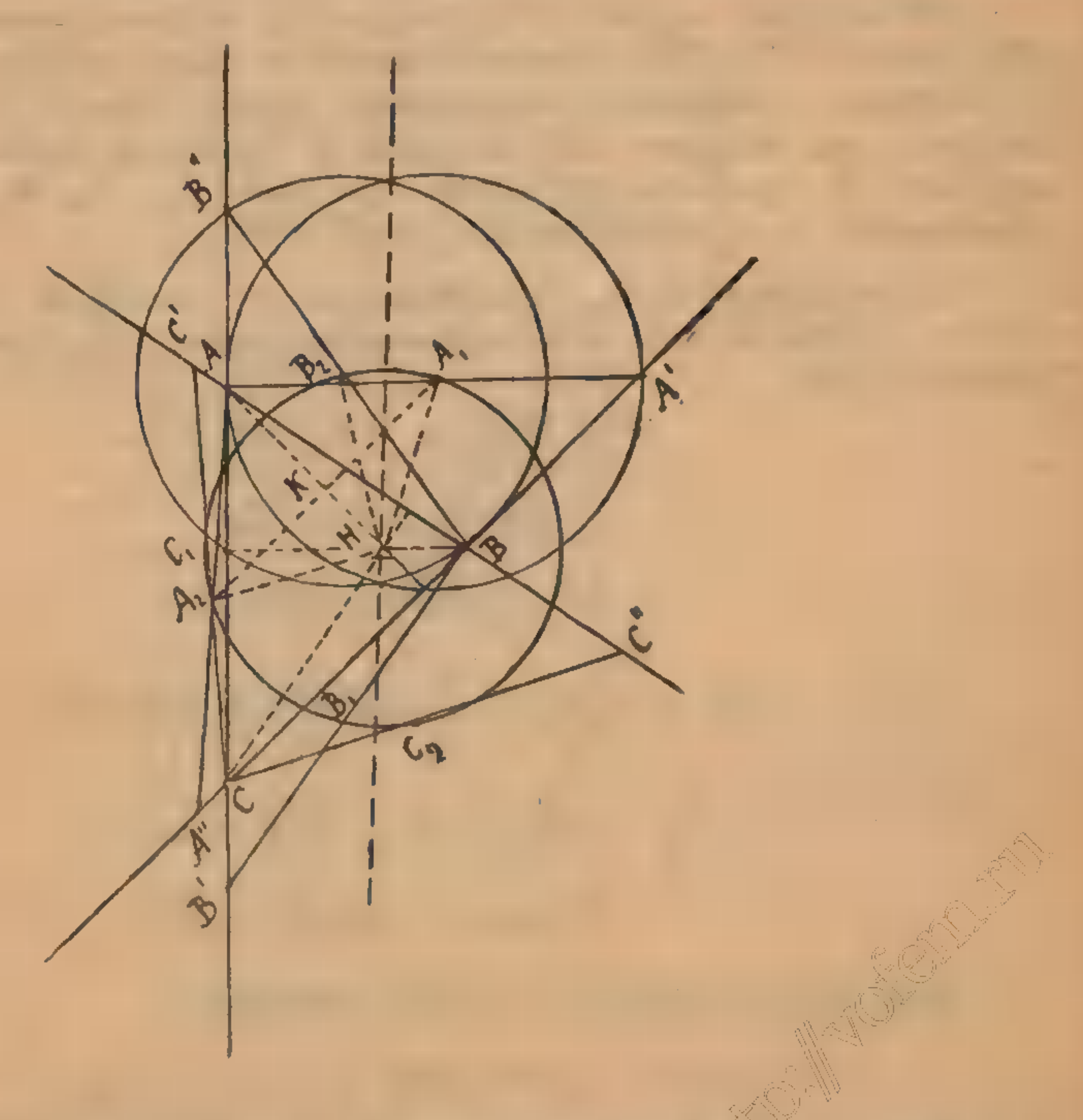
$$AA' = AA'' = BB' = BB'' = CC' = CC''.$$

Обозначимъ средины ихъ соотвѣтственно чрезъ A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2.

Очевидно, что отрѣзокъ A_1A_2 параллеленъ сторонѣ треугольника BC и дѣлится пополамъ высотою треугольника, опущенною на эту сторону. Поэтому, обозначивъ ортоцентръ треугольника чрезъ H, получимъ:

$$HA_1 = HA_2.$$

Далѣе разсмотримъ четыреугольникъ ABA′B″. Точки A_1 и B_2 суть средины діагоналей этого четыреугольника, а потому радикальная ось окружностей, имѣющихъ діаметрами діагонали



четыреугольника AA′ и BB″, перпендикулярна къ прямой A_1B_2 и, вслѣдствіе равенства этихъ окружностей, дѣлитъ отрѣзокъ A_1B_2 пополамъ; но эта радикальная ось совпадаетъ съ прямою

Обера четыреугольника и потому проходитъ чрезъ ортоцентръ треугольника H *); слѣдовательно,

$$HB_2 = HA_1 = HA_2.$$

Такимъ образомъ убѣждаемся, что всѣ точки A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, находятся на равныхъ разстояніяхъ отъ ортоцентра H, что и требовалось доказать.

3. **Слѣдствіе.** *Радикальныя оси каждой пары окружностей, имѣющихъ діаметрами равныя наклонныя треугольника, всѣ пересѣкаются въ ортоцентрѣ этого треугольника.*

Ибо радикальная ось каждой пары такихъ окружностей, вслѣдствіе равенства ихъ, дѣлитъ пополамъ прямую, соединяющую ихъ центры.

4. Всякую окружность, описанную около ортоцентра треугольника, условимся называть *ортоцентрическою окружностью* этого треугольника.

Обозначимъ чрезъ a, b, c стороны треугольника BC, CA и AB, чрезъ h_1, h_2, h_3—соотвѣтственныя имъ высоты, чрезъ O и R—центръ и радіусъ описаннаго круга, чрезъ O_1—проекцію центра O на сторону BC и чрезъ ρ—радіусъ ортоцентрической окружности, проходящей чрезъ средины A_1, A_2, B_1..... равныхъ наклонныхъ треугольника AA′, AA″, BB′, ...

Если прямая A_1A_2 пересѣкается съ высотою треугольника AH въ точкѣ K, то изъ прямоугольнаго треугольника HKA найдемъ, что

$$\rho^2 = \overline{HA_1}^2 = \overline{HK}^2 + \overline{KA_1}^2;$$

но

$$HK = AH - KA,$$

$$AH = 2OO_1 = 2R\cos A$$

и

$$KA = \frac{1}{2} h_1 = \frac{1}{2} c.\sin B = R\sin B.\sin C;$$

слѣдовательно,

$$HK = R(2\cos A - \sin B . \sin C) =$$

$$= R(\cos A - \cos B . \cos C).$$

Изъ треугольника же AKA_1, положивъ

$$AA' = AA'' = BB' = \ldots . = 2m,$$

---

*) См. „Новая геометрія тр-ка“ *Д. Ефремова.* 1903 г. Изд. „Вѣстника Оп. Физ.“ Стран. 72.

находимъ, что

$$\overline{KA_1}^2 = \overline{AA_1}^2 - \overline{AK}^2 =$$

$$= m^2 - R^2\sin^2B \,.\, \sin^2C;$$

поэтому

$$\rho^2 = R^2(2\cos A - \sin B\sin C)^2 + m^2 - R^2\sin^2B\sin^2C;$$

отсюда

$$\rho^2 = m^2 - 4R^2 \,.\, \cos A \,.\, \cos B \,.\, \cos C.$$

По этой формулѣ опредѣляется радіусъ ортоцентрической окружности даннаго треугольника, проходящей чрезъ средины его равныхъ наклонныхъ данной длины $2m$.

Для прямоугольнаго треугольника по этой формулѣ находимъ, что

$$\rho = m.$$

Въ случаѣ равнобедреннаго треугольника, когда

$$\angle B = \angle C = 90^0 - \frac{A}{2},$$

$$\rho^2 = m^2 - 4R^2 \,.\, \cos A \,.\, \sin^2\frac{A}{2}.$$

Для правильнаго треугольника

$$\rho^2 = m^2 - \frac{1}{2}R^2.$$

5. Величина равныхъ наклонныхъ треугольника не можетъ быть вполнѣ произвольна: она должна быть не менѣе наибольшей изъ высотъ треугольника; поэтому, если

$$h_1 > h_2 > h_3,$$

то

$$2m \geqq h_1.$$

При $2m = h_1$ равныя наклонныя AA' и AA'' совпадаютъ съ высотою h_1, а средины ихъ A_1 и A_2 со срединою этой высоты K; слѣдовательно, радіусъ соотвѣтственной ортоцентрической окружности въ этомъ случаѣ будетъ

$$\rho_0 = HK = R(\cos A - \cos B \,.\, \cos C).$$

Понятно, что это есть радіусъ *наименьшей* ортоцентрической окружности, проходящей чрезъ средины равныхъ наклонныхъ треугольника.

Для прямоугольнаго треугольника, у котораго

$$\angle C = 90^0 \quad \text{и} \quad \angle A < \angle B,$$

изъ этой формулы получимъ

$$\rho_0 = R\cos A = \frac{1}{2} b.$$

Въ случаѣ равнобедреннаго треугольника, когда

$$\angle B = \angle C > \angle A,$$

$$\rho_0 = R \cdot \left(1 - 3\sin^2 \frac{A}{2}\right).$$

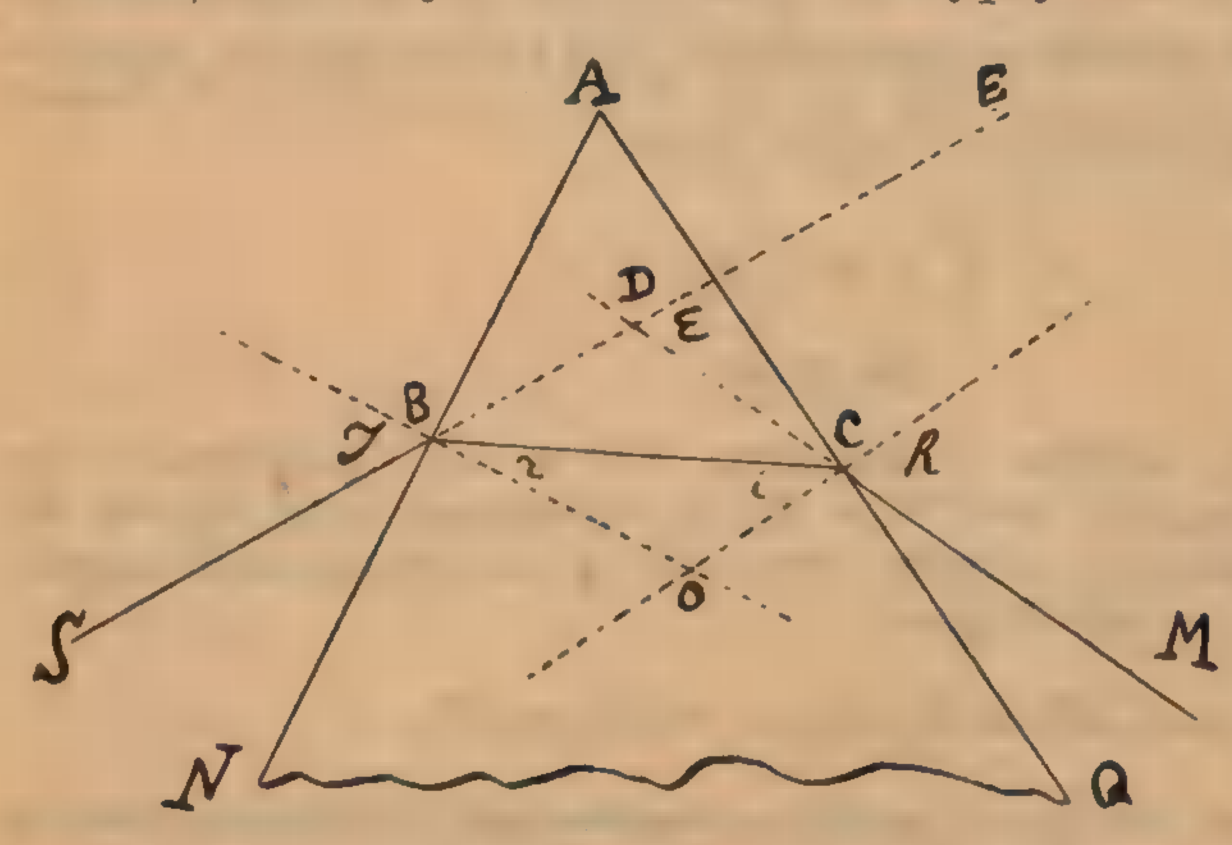
Для правильнаго треугольника

$$\rho_0 = \frac{1}{4} R.$$

Наименьшее отклоненіе призмою луча свѣта.

Т. Науменко въ Тифлисѣ.

Предлагаемый элементарный выводъ условій, при которыхъ получается наименьшее отклоненіе луча свѣта призмою, легко можетъ быть введенъ въ каждый курсъ физики для среднихъ учебныхъ заведеній и служить прекраснымъ примѣненіемъ тригонометрическихъ формулъ, изученіе которыхъ относится точно такъ же, какъ и ученіе о свѣтѣ, къ курсу VII класса гимназій.



Имѣемъ призму NAQ изъ вещества, показатель преломленія котораго n.

Пусть JBCM ходъ луча, встрѣчающаго на своемъ пути нашу призму; J и r углы паденія и преломленія луча при входѣ въ призму; i и R— углы при выходѣ луча изъ призмы. Очевидно, что всѣ эти четыре угла острые. Уголъ EDM $= \varepsilon$ — уголъ отклоненія призмы. Такъ какъ около четыреугольника ABOC, имѣющаго при точкахъ B и C углы прямые, можно описать окружность, то преломляющій уголъ призмы

$$A = r + i \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1).$$

Далѣе, уголъ ε внѣшній для треугольника BDC и поэтому

$$\varepsilon = (J - r) + (R - i) = J + R - (r + i)$$

откуда $$J + R = \varepsilon + (r + i) = \varepsilon + A \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Кромѣ того, по закону Декарта, имѣемъ:

$$\frac{\sin J}{\sin r} = n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3) \text{ и } \frac{\sin i}{\sin R} = \frac{1}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4),$$

откуда $$\sin J = n \sin r \text{ и } \sin R = n \sin i;$$

складывая эти равенства, получаемъ:

$$\sin J + \sin R = n(\sin r + \sin i), \text{ что}$$

преобразуемъ такъ:

$$2\sin\frac{J+R}{2}\cos\frac{J-R}{2} = 2n\sin\frac{r+i}{2}\cos\frac{r-i}{2};$$

это, на основаніи равенствъ (1) и (2), даетъ:

$$\sin\frac{\varepsilon+A}{2}\cos\frac{J-R}{2} = \left(\sin\frac{A}{2}\cos\frac{r-i}{2}\right)\cdot n$$

Такимъ образомъ, $$\sin\frac{\varepsilon+A}{2} = n\sin\frac{A}{2}\cdot\frac{\cos\frac{r-i}{2}}{\cos\frac{J-R}{2}},$$

откуда видно, что уголъ отклоненія призмы зависитъ отъ n, $\sin\frac{A}{2}$ и отношенія $\cos\frac{1}{2}(r-i) : \cos\frac{1}{2}(J-R)$; но n и $\sin\frac{A}{2}$ величины постоянныя для данной призмы, отношеніе же—величина перемѣнная; поэтому, съ измѣненіемъ величины этого отношенія, измѣняется и величина отклоненія призмы, и наименьшая величина угла ε соотвѣтствуетъ наименьшему значенію отношенія

$$\frac{\cos\frac{1}{2}(r-i)}{\cos\frac{1}{2}(J-R)}.$$

Докажемъ, что наименьшая величина нашего отношенія равна единицѣ и имѣетъ мѣсто, когда $J = R$.

Здѣсь могутъ представиться три случая:

I. Если $J > R$, то и $\sin J > \sin R$ . . . . (5).

Перемноживъ равенства (3) и (4), получаемъ: $\sin J \sin i = \sin R \sin r$, откуда, на основаніи неравенствъ (5):

$$\sin i < \sin r \text{ и } r > i.$$

Изъ равенствъ (4) и (3) получаемъ также:

$$\sin J - \sin R = n(\sin r - \sin i), \text{ откуда:}$$

$$2\cos\frac{J+R}{2}\sin\frac{J-R}{2} = 2n\cos\frac{r+i}{2}\sin\frac{r-i}{2} \text{ и,}$$

по предыдущему:

$$\sin\frac{J-R}{2}\cos\frac{A+\varepsilon}{2} = n\cos\frac{A}{2}\sin\frac{r-i}{2}, \quad \text{т. е.}$$

$$\frac{\sin\frac{1}{2}(J-R)}{\sin\frac{1}{2}(r-i)} = n\frac{\cos\frac{A}{2}}{\cos\frac{1}{2}(A+\varepsilon)}.$$

Замѣтивъ теперь, что $n > 1$ и $\cos\frac{1}{2}A > \cos\frac{1}{2}(A+\varepsilon)$, потому что $A+\varepsilon > A$, можемъ написать:

$$\frac{\sin\frac{1}{2}(J-R)}{\sin\frac{1}{2}(r-i)} > 1, \text{ т. е. } \sin\left(\frac{J-R}{2}\right) > \sin\frac{1}{2}\left(r-i\right)$$

откуда $$J - R > r - i, \text{ а}$$

$$\cos\frac{J-R}{2} < \cos\frac{r-i}{2}, \quad \text{т. е.}$$

въ этомъ случаѣ отношеніе $\dfrac{\cos\frac{1}{2}(r-i)}{\cos\frac{1}{2}(J-R)} > 1.$

II. Точно такъ же, если $J < R$, то $r < i$; вычитаніемъ равенства (3) изъ (4) получаемъ $\sin R - \sin J = n(\sin i - \sin r)$.

Дѣлая здѣсь преобразованія, подобныя предыдущимъ, получимъ:

$$\frac{\sin\frac{R-J}{2}}{\sin\frac{i-r}{2}} = n\frac{\cos\frac{A}{2}}{\cos\frac{\varepsilon+A}{2}} > 1,$$

откуда $$R - J > i - r \text{ и}$$

$$\frac{\cos\frac{1}{2}(i-r)}{\cos\frac{1}{2}(R-J)} = \frac{\cos\frac{1}{2}(r-i)}{\cos\frac{1}{2}(J-R)} > 1.$$

III. Наконецъ, если $J = R$, то и $r = i$, а отношеніе

$$\frac{\cos\frac{1}{2}(r-i)}{\cos\frac{1}{2}(J-R)} = \frac{1}{1} = 1.$$

Итакъ, отклоненіе призмы имѣетъ наименьшую величину, когда $J = R$, т. е., когда уголъ паденія луча равенъ углу его выхода изъ призмы.

Изъ равенства (2) прямо слѣдуетъ, что численная величина наименьшаго отклоненія призмы равна $2J - A$, а, съ помощью этого, легко опредѣлить и показатель преломленія призмы изъ формулы

$$n = \frac{\sin\frac{\varepsilon + A}{2}}{\sin\frac{A}{2}}.$$

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Новый физико-химическій журналъ. Въ скоромъ времени начнетъ выходить новый журналъ *„Physikalisch-chemisches Centralblat“*, имѣющій цѣлью давать рефераты работъ по физической химіи всего міра. Предполагается, что, бо́льшею частью, авторы сами будутъ присылать въ редакцію рефераты совихъ работъ. Редактируется журналъ приватъ-доцентомъ высшей технической школы въ Дармштадтѣ Dr. Rudolphi.

Распространенность радіоактивности. Уже давно возникалъ вопросъ, является ли радіоактивность свойствомъ, присущимъ исключительно радію, торію и урану, или и другіе элементы обладаютъ тѣмъ же свойствомъ, только менѣе ярко выраженнымъ. Чѣмъ подробнѣе становятся изслѣдованія, тѣмъ больше и больше приходится склоняться къ мысли, что радіоактивность гораздо болѣе распространена въ мірѣ, чѣмъ это казалось сначала. Въ недавнее время начали появляться работы, доказывающія, что самые обыкновенные матеріалы, какъ стекло, глина, олово, платина и т. п., являются въ слабой степени радіоактивными, обладаютъ способностью іонизировать воздухъ. Съ другой стороны, и почва обладаетъ способностью испускать радіоактивныя эманаціи, дѣлающія соприкасающійся съ ней воздухъ проводникомъ. Вопросомъ о радіоактивности обыкновенныхъ матеріаловъ занимались Дж. Дж. Томсонъ, Макъ-Леннанъ и Струттъ, но только работа послѣдняго появилась въ печати. Приборъ его, въ существенныхъ чертахъ, состоялъ изъ цилиндрическаго сосуда, въ

центрѣ котораго помѣщалась вертикальная изолированная мѣдная проволока. Въ верхней части этой проволоки былъ прикрѣпленъ золотой листочекъ, отклонявшійся подъ вліяніемъ заряда, сообщаемаго особымъ весьма остроумнымъ приспособленіемъ проволокѣ извнѣ. Передъ началомъ опыта изъ сосуда былъ выкачанъ воздухъ и провѣрена изоляція проволоки. Оказалось, что золотой листочекъ въ теченіе нѣсколькихъ часовъ оставался совершенно неподвижнымъ. Затѣмъ въ цилиндръ былъ впущенъ воздухъ, и листочекъ сейчасъ же пришелъ въ движеніе. Для изслѣдованія дѣйствія различныхъ матеріаловъ внутреннія стѣнки цилиндра выкладывались этими матеріалами, и наблюдалась потеря заряда съ проволоки. Оказалось, что скорость снятія заряда различна для разныхъ матеріаловъ. Такъ, для одного образца олова листочекъ передвигался, на 3,3 дѣленія шкалы въ 1 часъ, а для другого на 2,3; для серебра перемѣщеніе было 1,6 дѣленія, для цинка—1,2, для свинца—2,2, чистой мѣди—2,3; о исленной—1,7; для алюминія—1,4 и для трехъ разныхъ образцовъ платины соотвѣтственно 2,0, 2,9 и 3,9. Всѣ эти числа были получены по нѣсколько разъ. Интересны различія, полученныя для разныхъ образцовъ одного и того же вещества. Оказалось, что образцы, напр., олова, взятые отъ одного и того же листа, давали всегда одинаковое снятіе заряда, а отъ различныхъ листовъ—разныя величины снятія. Эта несомнѣнная разница въ числахъ доказываетъ, по мнѣнію Струтта, что здѣсь дѣло не въ произвольной іонизаціи воздуха, а въ радіоактивныхъ эманаціяхъ стѣнокъ сосуда. Однако, эта радіоактивность необыкновенно слаба, и контрольный опытъ показалъ, что азотнокислый уранъ при такой же поверхности, какъ испытанный образецъ наиболѣе активной платины, оказалъ бы дѣйствіе въ 3000 разъ болѣе сильное. Если принять во вниманіе, что радій почти въ 100000 разъ активнѣе урана, то невольно напрашивается мысль: не являются ли причиной наблюденной активности просто мельчайшія крупинки радія, случайно попавшія на испытуемыя тѣла? Рѣшить этотъ вопросъ можно только, изслѣдовавъ природу испускаемыхъ разными тѣлами лучей. Струттъ и попробовалъ это сдѣлать, воспользовавшись для изслѣдованія поглощеніемъ лучей воздухомъ. Тутъ оказалось, что поглощаемость лучей, испускаемыхъ разными матеріалами, различна, и даже для отдѣльныхъ образцовъ одного и того же вещества лучи отличаются не только по количеству, но и по качеству. Между прочимъ, лучи, испускаемые оловомъ и цинкомъ, оказались похожими на α-лучи урана, но все-таки замѣтно отъ нихъ отличающимися. Такой результатъ заставляетъ склониться къ мысли о самостоятельной активности изслѣдованныхъ матеріаловъ. Къ весьма интереснымъ результатамъ въ томъ же направленіи пришли Эльстеръ и Гейтель. Имъ уже давно удалось показать, что воздухъ въ погребахъ, глубокихъ ямахъ и шахтахъ гораздо болѣе іонизированъ, чѣмъ на поверхности земли. До сихъ поръ оставался только нерѣшеннымъ вопросъ о происхожденіи этой іонизаціи. Напрашивались два предположенія:

либо воздухъ самъ обладаетъ способностью становиться радіоактивнымъ, либо источникомъ находящихся въ немъ, повидимому, эманацій является земля. Однако, въ случаѣ правильности перваго предположенія, радіоактивность воздуха въ любомъ мѣстѣ въ погребахъ должна быть одна и та же, между тѣмъ поставленные Эльстеромъ и Гейтелемъ опыты показали обратное. Измѣренія проводимости воздуха въ разныхъ мѣстахъ Германіи дали весьма различныя значенія. Такимъ образомъ, составъ стѣнъ и пола погребовъ или пещеръ имѣетъ несомнѣнное вліяніе на іонизацію находящагося въ нихъ воздуха. Тогда Эльстеръ и Гейтель начали изслѣдовать воздухъ, извлеченный изъ глубины почвы въ разныхъ мѣстностяхъ. Оказалось, что такой воздухъ обладаетъ весьма различными степенями активности, но всегда бо́льшими, чѣмъ свободный воздухъ. Наконецъ, Эльстеръ и Гейтель подвергли изслѣдованію образцы самой почвы. Оказалось, что они очень сильно активны. Отдѣляя разныя составныя части почвы, наблюдатели получили глину, активность которой сначала ослабѣла, но затѣмъ, черезъ короткій промежутокъ времени, опять достигла прежней величины. Повидимому, въ этой глинѣ находилось какое-то активное вещество, котораго, однако, не удалось выдѣлить. Изслѣдованія на радіоактивноэть мѣла, морской и карлсбадской соли, тяжелаго шпата,—дали отрицательные результаты. Только горшечная глина показала какъ будто легкую активность. Такимъ образомъ, въ землѣ, повидимому, находится какое-то радіоактивное вещество, связанное съ глинистыми составными частями ея. Эти наблюденія находятъ подтвержденіе въ работѣ Кука, который замѣтилъ ясно выраженную активность въ кирпичахъ. Интересно, что выдѣляющійся изъ большой глубины на вулканической почвѣ углекислый газъ обладаетъ ясно выраженной радіоактивностью, между тѣмъ какъ добываемый обычнымъ путемъ совершенно неактивенъ. Любопытенъ также еще одинъ опытъ Эльстера и Гейтеля Они помѣщали въ вырытыхъ въ землѣ ямахъ разныя вещества, заключенныя въ полотняный мѣшокъ, и оставляли ихъ на нѣсколько недѣль. По прошествіи этого срока, изъ всѣхъ веществъ только глина стала радіоактивной. Радіоактивность эта была наведенной, такъ какъ съ теченіемъ времени уменьшалась. Итакъ, несомнѣнно, что въ землѣ заключаются какія-то радіоактивныя вещества, опредѣлить которыя является интересной, но трудной задачей. Наблюденія Эльстера и Гейтеля подтверждаются и работами Макъ-Леннана. Изслѣдуя радіоактивность воздуха близъ поверхности земли, онъ замѣтилъ, что послѣ выпаденія снѣга она рѣзко уменьшается и въ то же время снѣгъ,—главнымъ образомъ, его нижняя поверхность,—является активнымъ. Прикрывая поверхность земли, онъ защищаетъ воздухъ отъ проникания радіоактивныхъ эманацій и принимаетъ ихъ въ себя. Почти такъ же, но въ болѣе слабой степени дѣйствуетъ и дождь. Всѣ эти изслѣдованія еще слишкомъ новы, чтобы изъ нихъ можно было вынести какіе-нибудь несомнѣнные и опредѣленные взгляды на радіоактивность, но про-

долженіе ихъ, навѣрное, будетъ содѣйствовать проясненію нашихъ взглядовъ на этотъ все еще темный и неопредѣленный вопросъ.

Новые сильные электромагниты Де-Маре. Когда электромагнитъ возбуждается не однимъ слоемъ витковъ проводника, а нѣсколькими, то внѣшніе слои производятъ болѣе слабое дѣйствіе, будучи расположены дальше отъ сердечника, между тѣмъ какъ на нихъ уходитъ бо́льшая длина провода, чѣмъ на внутренніе слои. Вслѣдствіе этого, безполезно увеличивается сопротивленіе цѣпи и вѣсъ затраченной на электромагнитъ проволоки. Было сдѣлано уже много болѣе или менѣе удачныхъ попытокъ устранить эти недостатки и построить сильные электромагниты при наименьшихъ затратахъ на матеріалъ и на энергію. Вопросъ обыкновенно рѣшался тѣмъ, что, вмѣсто одного большого электромагнита, строилась система болѣе мелкихъ, соединенныхъ однимъ общимъ полюснымъ наконечникомъ. Однако, нельзя признать этотъ способъ рѣшенія вопроса достаточно экономнымъ, такъ какъ длина мѣднаго провода очень мало уменьшается, и отдѣльные магниты, дѣйствуя другъ на друга, ослабляютъ общій силовой потокъ. Недавно изобрѣтенная система Де-Маре состоитъ въ особомъ расположеніи обмотки, помѣщающейся не только снаружи сердечника, но и внутри его. Построивъ два электромагнита, одинъ обычнымъ способомъ, а другой—по своему способу, и затративъ на оба по вполнѣ одинаковому количеству желѣза и мѣди, Де-Маре нашелъ, что, при затратѣ одинаковой энергіи 8 ваттъ (4 амп. 2 в.), обыкновенный электромагнитъ способенъ удержать вѣсъ въ 1059 гр., а построенный по его системѣ—9600 гр. Магнитные спектры, полученные для обоихъ электромагнитовъ, показали, что у электромагнита Де-Маре поле несравненно болѣе равномѣрное, чѣмъ у электромагнита обыкновеннаго типа.

(„Электричество").

Новое примѣненіе рентгеновскихъ лучей. Ассистентъ госпиталя во Фрейбургѣ д-ръ Штегманъ (Stegmann) открылъ способъ полученія снимковъ съ внутреннихъ органовъ человѣческаго тѣла при помощи рентгеновскихъ лучей.

Почти всѣ части человѣческаго тѣла для рентгеновскихъ лучей, какъ извѣстно, проницаемы; чтобы сдѣлать ихъ непроницаемыми, д-ръ Штегманъ впрыскиваетъ въ кровеносные сосуды или въ отдѣльныя части тѣла непроницаемое для рентгеновскихъ лучей вещество (эмульсія изъ висмута въ оливковомъ маслѣ). Пользуясь этимъ методомъ, д-ръ Штегманъ получилъ снимки легкаго, почечныхъ сосудовъ, желчнаго протока и т. п.

(„Электротехникъ").

ЗАДАЧИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ.

Рѣшенія всѣхъ задачъ, предложенныхъ въ текущемъ семестрѣ, будутъ помѣщены въ слѣдующемъ семестрѣ.

№ 400 (4 сер.). Пересѣчь данный треугольникъ ABC прямою, встрѣчающею стороны AB, AC и продолженіе стороны BC соотвѣтственно въ точкахъ D, E и F такъ, чтобы площади фигуръ ADE и ECF имѣли данныя значенія.

И. Александровъ (Тамбовъ)

№ 401 (4 сер.). Рѣшить уравненіе

$$8\sin\frac{x}{8}\cos\frac{x}{8}\sqrt{1-4\sin^2\frac{x}{8}\cos^2\frac{x}{8}\sqrt{1-16\cos^2\frac{x}{8}\sin^2\frac{x}{8}\sqrt{1-4\sin^2\frac{x}{8}\cos^2\frac{x}{8}}}}=\frac{1}{2}.$$

Л. Ямпольскій (Braunschweig).

№ 402 (4 сер.). Высота AD треугольника ABC равна его основанію BC; опредѣлить предѣлы, между которыми можетъ измѣняться при этомъ условіи отношеніе сторонъ AB и AC

Евг. Григорьевъ (Казань).

№ 403 (4 сер.) Показать, что если a есть приближенный корень квадратный съ точностью до единицы изъ числа A, и если положить

$$A = a^2 + R,$$

то корень квадратный изъ A заключается между

$$a+\frac{R}{2a+1} \text{ и } a+\frac{R}{2a}.$$

(Заимств.).

№ 404 (4 сер.). Показать, что при всякомъ цѣломъ нечетномъ значеніи a число $a^4 + 7(7 - 2a^2)$ дѣлится на 64.

(Заимств.).

№ 405 (4 сер.). Съ аэростата пущенъ въ море безъ начальной скорости полый желѣзный шаръ. Шаръ всплылъ на поверхность воды черезъ 25 секундъ послѣ того, какъ онъ въ нее погрузился. Опредѣлить высоту, на которой находился аэростатъ, если дано, что вѣсъ шара равенъ 2 килограммамъ, объемъ его равенъ двумъ литрамъ, а плотность морской воды равна 1,1. Треніе шара о воздухъ и о воду не принимается въ разсчетъ.

Л. Ямпольскій (Braunschweig).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 306 (4 сер.). *Изъ данной точки* M, *лежащей внутри даннаго угла* ABC, *описать, какъ изъ центра, окружность, отсѣкающую отъ прямыхъ* AB *и* BC *отрѣзки, находящіеся въ данномъ отношеніи.*

Опустимъ изъ точки M перпендикуляры MN и MK соотвѣтственно на

прямыя AB и BC, и пусть PQ и RS отрѣзки, отсѣкаемые соотвѣтственно искомой окружностью на этихъ прямыхъ. Полагая данное отношеніе отрѣзковъ равнымъ $\frac{m}{n}$, имѣемъ:

$$\frac{PQ}{RS}=\frac{m}{n}=\frac{\frac{PQ}{2}}{\frac{RS}{2}}=\frac{PN}{RK} \quad (1).$$

Такимъ образомъ, задача приводится къ построенію двухъ прямоугольныхъ треугольниковъ PNM и RKM, катеты которыхъ MN и MK даны, вторые катеты которыхъ PN и RK находятся (см. (1)) въ данномъ отношеніи $\frac{m}{n}$, и гипотенузы которыхъ MP и MR равны, какъ радіусы одного и того же круга.

Предполагая задачу рѣшенной и имѣя въ виду, кромѣ того, случай $m \gtrless n$, отложимъ на продолженіи KM отрѣзокъ $MN'=MN$ и проведемъ $N'P'=NP$ въ направленіи, перпендикулярномъ къ MN', и при томъ такъ, чтобы точки P' и R лежали по одну сторону отъ прямой MK; затѣмъ соединимъ точки R и P' прямой, которую продолжимъ до встрѣчи съ прямой KM въ точкѣ X. Тогда имѣемъ (см. (1)):

$$\frac{XN'}{XK}=\frac{P'N'}{RK}=\frac{PN}{RK}=\frac{m}{n} \quad (2).$$

Затѣмъ опустимъ перпендикуляръ MT на основаніе $P'R$ равнобедреннаго треугольника $P'MR$ и проведемъ прямую $TU \| RK$ до встрѣчи въ точкѣ $У$ съ прямой $N'K$; тогда

$$\frac{P'T}{TR}=\frac{N'У}{УK}=1\,;\ N'У=\frac{N'K}{2} \quad (3).$$

Изъ всего сказаннаго вытекаетъ построеніе: на продолженіи KM отложимъ $MN'=MN$, дѣлимъ отрѣзокъ $N'K$ въ точкѣ X *внѣшнимъ* образомъ въ отношеніи $\frac{m}{n}$ (см. (2)) и изъ средины $У$ отрѣзка $N'K$ (см. (3)) проводимъ $УU \| RK$; затѣмъ строимъ на отрѣзкѣ MX, какъ на діаметрѣ, окружность, и точку встрѣчи ея T съ прямой $UУ$ соединяемъ съ точкой M прямой. Опишемъ изъ точки M радіусомъ MT окружность: эта окружность и есть искомая. Задача возможна лишь тогда, если отношеніе $\frac{m}{n}>1$ и $\frac{MN}{MK}<1$ или, наоборотъ, $\frac{m}{n}<1$ и $\frac{MN}{MK}>1$; только въ этихъ случаяхъ точка $У$ лежитъ между точками M и X. Если же $m=n$, то задача возможна лишь при $MN=MK$ (и наоборотъ); въ этомъ случаѣ всякая окружность, имѣющая центръ въ M, удовлетворяетъ вопросу. Весьма просто задача рѣшается приложеніемъ алгебры къ геометріи. Полагая $MP=x$, $MN=a$, $MK=b$, имѣемъ (см. (1)):

$$\frac{x^2-a^2}{x^2-b^2}=\frac{m^2}{n^2},$$

откуда

$$x=\sqrt{\frac{m^2b^2-a^2n^2}{m^2-n^2}}=\sqrt{m\left(\frac{mb^2}{m^2-n^2}-\frac{a^2n^2}{m(m^2-n^2)}\right)} \quad (4).$$

Формула (4) легко приводитъ къ построенію x и къ изслѣдованію задачи.

Л. Ямпольскій (Одесса); *Я. Дубновъ* (Одесса); *А. Занкинъ* (Самара); *Г. Огановъ* (Эривань); *И. Плотникъ* (Одесса).

№ 322 (4 сер.). *Существуетъ ли система нумераціи, въ которой число* 1121 *есть точный кубъ?*

Предполагая, что основаніе системы, по которой написано число 1121, равно x, имѣемъ:

$$1121 = x^3 + x^2 + 2x + 1.$$

Исходя изъ неравенствъ (слѣдуетъ замѣтить, что, по условію, $x > 0$)

$$x^3 < x^3 + x^2 + 2x + 1 < x^3 + 3x^2 + 3x + 1,$$

или

$$x^3 < 1121 < (x+1)^3,$$

мы находимъ, что, при *произвольномъ* основаніи системы нумераціи, число 1121 не есть точный кубъ, такъ что нѣтъ основанія системы нумераціи, въ которой число 1121 являлось бы точнымъ кубомъ.

Г. Огановъ (Эривань); *Н. С.* (Одесса).

№ 325 (4 сер.). *Доказать, что во всякомъ прямоугольномъ треугольникѣ высота, проведенная къ гипотенузѣ, равна суммѣ радіусовъ круговъ, вписанныхъ въ данный треугольникъ и въ два треугольника, на которые онъ разбивается высотою.*

(Заимств. изъ *Journal de Mathématiques élémentaires*).

Пусть A — вершина прямоугольнаго треугольника ABC, $AD=h$ его высота, a, b, c — соотвѣтственно лежащія противъ угловъ A, B, C стороны, $BD=c'$ и $DC=b'$ отрѣзки гипотенузы, r, r' и r'' радіусы круговъ, вписанныхъ соотвѣтственно въ треугольники ABC, ABD и ACD. По извѣстной формулѣ, обозначая $a+b+c$ черезъ $2p$, имѣемъ:

$$r=(p-a)\operatorname{tg}\frac{A}{2} = p - a = \frac{a+b+c}{2} - a = \frac{b+c-a}{2} \qquad (1).$$

Примѣняя эту же формулу къ треугольникамъ ABD и ACD, получимъ:

$$r' = \frac{h + c' - c}{2}, \quad r'' = \frac{h + b' - b}{2} \qquad (2).$$

Складывая почленно равенства (1) и (2) и замѣчая, что $b' + c' = a$, получимъ:

$$r + r' + r'' = \frac{2h + b + c - a - c - b + (b'+c')}{2} = \frac{2h - a + a}{2} = h = AD.$$

И. Плотникъ (Одесса); *Г. Огановъ* (Эривань); *Л. Ямпольскій* (Одесса); *А. Занкинъ* (Самара); *Я. Дубновъ* (Вильна); *Н. Гончаровъ* (Короча); *Н. Сагателовъ* (Шуша).

№ 328 (4 сер.). *Если* a *есть цѣлое число, квадратъ котораго имѣетъ видъ* 5n — 1 (n — *цѣлое число*), *то произведеніе* xy *цѣлыхъ чиселъ, удовлетворяющихъ уравненію*

$$x^2 - 2ay^2 = 1,$$

дѣлится на 5.

Перенося $2ay^2$ во вторую часть, находимъ:

$$x^2 = 2ay^2 + 1 \qquad (1).$$

Всякому цѣлому числу можно дать одинъ изъ видовъ: $5k$, $5k\pm1$, $5k\pm2$, гдѣ k — число цѣлое; по возвышеніи этого ряда чиселъ въ квадратъ, мы убѣждаемся, что лишь числа вида $5k\pm2$ даютъ по возвышеніи число вида

$5n-1$, гдѣ n—число цѣлое. Итакъ, согласно съ условіемъ задачи,

$$a = 5k \pm 2 \qquad (2),$$

гдѣ k—цѣлое число. Предположимъ теперь, что y не дѣлится на 5; тогда y есть число вида

$$5k \pm 1, \quad 5k \pm 2 \qquad (3).$$

Возвышеніемъ этого ряда чиселъ въ квадратъ убѣждаемся, что

$$y^2 = 5m \pm 1 \qquad (4),$$

гдѣ m—число цѣлое.

Вставляя изъ равенствъ (2) и (4) значенія a и y^2, получимъ:

$$x^2 = 2(5k \pm 2)(5k \pm 1) + 1 =$$

$$= 5\,[10k^2 + (\pm 4 \pm 1)k] \pm 4 + 1,$$

$$x^2 = 5M \pm 4 + 1 \qquad (5),$$

гдѣ M—число цѣлое, а потому (см. (5)) можно сдѣлать лишь два предположенія: либо

$$x^2 = 5M + 5 = 5(M+1) \qquad (6),$$

либо

$$x^2 = 5M - 3 \qquad (7).$$

Предположеніе (7) невозможно, такъ какъ квадраты чиселъ, кратныхъ 5, даютъ при дѣленіи на 5 въ остаткѣ 0, а не кратныхъ 5 (см. (4)) — даютъ остатокъ ± 1, такъ что квадратъ цѣлаго числа при дѣленіи на 5 не можетъ давать въ остаткѣ (-3). Поэтому (см. (6)) x^2, а слѣдовательно, и x и xy дѣлятся на 5. Мы полагали, что y не кратно 5; если же y кратно 5, то xy тоже кратно 5, такъ что xy при условіяхъ, указанныхъ въ задачѣ, всегда дѣлится на 5.

Я. Дубновъ (Вильна); *Н. С.* (Одесса).

№ 331 (4 сер.). *Доказать, что, при всякомъ цѣломъ значеніи* a, *число*

$$(a^2+3a+1)^2-1$$

дѣлится на 24.

(Заимств. изъ *Journal de Mathématiques élémentaires*).

Послѣ ряда преобразованій

$$(a^2+3a+1)^2 - 1 = (a^2+3a+2)(a^2+3a) = (a+1)\,.\,(a+2)\,.\,a\,.\,(a+3) =$$

$$= a(a+1)(a+2)(a+3)$$

замѣчаемъ, что предложенное выраженіе, при цѣломъ значеніи a, приводится къ произведенію четырехъ послѣдовательныхъ цѣлыхъ чиселъ a, $a+1$, $a+2$ и $a+3$ и потому дѣлится, по извѣстной теоремѣ, на произведеніе $1.2.3.4=24$.

А. Заикинъ (Самара); *Л. Ямпольскій* (Одесса); *Р. Домбровскій* (Петербургъ); *Н. Куницынъ* (ст. Константиновская); *Н. Готлибъ* (Митава); *В. Винокуровъ* (Москва); *Я. Дубновъ* (Вильна); *Г. Оганянцъ* (Эривань); *С. Адамовичъ* (Двинскъ); *А. Ческій* (Слуцкъ); *Л. Гальперинъ* (Бердичевъ); *И. Плотникъ* (Одесса).

Редакторы: **В. А. Циммерманъ** и **В. Ф. Каганъ**. Издатель **В. А. Гернетъ**.

Дозволено цензурою, Одесса 18-го Ноября 1903 г.

Типографія Бланкоиздательства М. Шпенцера, Ямская, д. № 64.